

где положительные постоянные  $C_1$  и  $C_2$  не зависят от  $f$  и  $n$ .

Работа поддержана РФФИ (проект 00-01-00042).

К. А. Поташев, Д. В. Шевченко (Казань)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ОТСТОЙНИКАХ СТОЧНЫХ ВОД

Предлагается одномерная математическая модель оседания высококонцентрированных осадков сточных вод. Модель может быть применена также к описанию консолидации грунта на дне водоемов. Осадок рассматривается как насыщенная пористая среда. Полагается, что усилия между твердыми частицами передаются через тонкие прослойки жидкости. Это приводит к вязкой реологической модели для эффективных напряжений в пористой матрице с нелинейным возрастанием вязкости при уплотнении:

$$\sigma^f = M(\Theta) \frac{d\Theta}{dt}, \quad M(\Theta) \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad \Theta \rightarrow \Theta_{\min}.$$

Осадок уплотняется под действием собственного веса. Реологическое сопротивление уплотнению пористой матрицы и фильтративное сопротивление при отжиме жидкости — два механизма, препятствующие этому процессу. Процесс описывается уравнениями фильтративной консолидации:

$$\frac{d\Theta}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{V}_f = 0,$$
$$\frac{\partial \sigma^f}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} - g(\rho_s(1 - m) + \rho_l m) = 0,$$

где  $\mathbf{V}_f = m(\mathbf{V}_l - \mathbf{V}_s)$  — скорость фильтративации,  $\mathbf{V}_s$ ,  $\mathbf{V}_l$  — истинные скорости твердых частиц и жидкости,  $p$  — давление в жидкости,  $\rho_s$ ,  $\rho_l$  — плотности твердых частиц и жидкости,  $m$  — пористость,  $z$  — вертикальная координата.

Начальное состояние полагается однородным.

В результате оседания появляются два фронта, первый из которых определяется самыми верхними из оседающих частиц, а второй — толщиной слоя максимально уплотненных частиц.

При решении задачи получаем систему двух нелинейных дифференциальных уравнений для определения координат фронтов, которую для случая малых деформаций удается решить аналитически. В ходе решения определены скорости обоих фронтов, объемная деформация среды и перепад давления в жидкости. Оказалось, что весь процесс определяется двумя безразмерными параметрами. Первый из них (равный отношению плотностей твердых частиц и жидкости) задает масштаб и скорость процесса. Второй, характеризующий отношение реологического сопротивления к фильтрационному, влияет на неоднородность распределения усадки и давления по высоте отстойника.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00466).

**В. Ф. Пуляев (Краснодар)**

# **ЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ЯДРАМИ НА ПОЛУОСИ**

В докладе рассматриваются свойства интегральных уравнений вида

$$x(t) = \int_0^{\infty} K(t, s)x(s)ds + f(t), \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где  $K(t, s)$  — почти периодическая матрица.

Матрица  $K(t, s)$  называется почти периодической, если при каждом  $t \in R^1$  она суммируема по  $s$ , удовлетворяет условиям

$$\|K\| = \sup_{t \in R^1} \int_{-\infty}^{\infty} \|K(t, s)\| ds < \infty,$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \|K(t+h, s) - K(t, s)\| ds = 0$$

и при каждом  $\varepsilon > 0$  имеет относительно плотное множество  $\varepsilon$ -